

Skalierungsabhängige Entropieproduktion in nichtgleichgewichtigen Feldsystemen: mathematische Rahmenwerke, RG und Grenzen der Universalität

Begriffsrahmen und Prüfkriterien für Π als dynamische Skalen-Größe

In nichtgleichgewichtigen Systemen wird „Entropieproduktion“ in der präzisesten (heute breit verwendeten) Form als **totale** Entropieproduktion im System *plus* Umgebung verstanden, typischerweise als Rate

$$\Pi(t) = \frac{dS_{\text{tot}}}{dt} = \frac{dS_{\text{sys}}}{dt} + \frac{dS_{\text{env}}}{dt}, \quad \langle \Pi \rangle \geq 0,$$

wobei die Positivität (im geeigneten Sinn) den zweiten Hauptsatz ausdrückt. Für stochastische Dynamiken (Markov-Prozesse) existiert eine besonders universelle Definition als

Pfad-Wahrscheinlichkeits-Asymmetrie:

$$\dot{S}_{\text{tot}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left\langle \ln \frac{P[\text{Pfad}]}{P^R[\text{Pfad}]} \right\rangle,$$

d. h. als Log-Verhältnis von Vorwärts- und Zeitumkehr-Pfadmaßen. Diese Form wird explizit in Feld-(Langevin-)Theorien benutzt und ist der Ausgangspunkt für RG-Analysen der EPR (entropy production rate). ¹

Zwei Punkte sind für „Skalenabhängigkeit“ entscheidend:

Erstens ist Π häufig als Integral einer **lokalen Entropieproduktionsdichte** $\sigma(x, t)$ darstellbar, $\Pi = \int d^d x \sigma$, aber **welche** σ man erhält, hängt von der Beschreibungsebene ab (welche Felder/Variablen als „sichtbar“ gelten). In feldtheoretischen ST-Formeln zeigt sich das etwa daran, dass nur der „kritische“ (skalenrelevante) Anteil von σ betrachtet werden kann, während mikroskopische Beiträge als cutoff-dominante Konstanten auftreten. ²

Zweitens ist Π **nicht invariant unter Coarse-Graining**: Beim Eliminieren von Variablen entsteht „versteckte“ Entropieproduktion. In einem generischen Eliminationsprozess kann die beobachtete Entropieproduktion kleiner werden (Intuition: weniger aufgelöste irreversible Strukturen), aber sie kann – abhängig von Zeitumkehr-Konventionen und Paritäts-Eigenschaften der eliminierten Variablen – in Sonderfällen auch artefaktisch größer werden. ³

Damit ist ein neutrales, überprüfbares Kriterium für „ Π als skalenabhängige dynamische Größe“:

- **Formale Skalierung:** Wie transformieren Π oder σ bei realer Größenänderung $L \rightarrow \lambda L$ oder bei Block-Coarse-Graining?

- **RG-Status:** Ist Π (i) ein abgeleitetes Observable aus „laufenden“ Kopplungen oder (ii) selbst als **komposites Operator-Observable** mit eigener Anomalendimension zu behandeln?
- **Rückkopplung:** Tritt Π direkt als Parameter in Evolutionsgleichungen auf (z. B. Dämpfung, Schwellen, Kopplungen), oder ist Π nur ein Funktionswert der Zustandsgrößen und Parameter?

Die Literatur zeigt: (ii) ist gut etabliert (EPR als komposites Operator-Observable mit kritischer Skalierung), (i) ist häufig (EPR folgt aus RG-laufenden Dissipationsparametern), während (iii) – Π als *primäre* rückkoppelnde Feld-Variable – viel seltener streng hergeleitet ist und oft modellierende Setzung bleibt. ⁴

Strukturtheorien, in denen Π in die Dynamik eingebettet ist

Ein zentrales Ergebnis moderner Nichtgleichgewichts-Thermodynamik ist, dass Markovian-Coarse-Graining (bei klarer Zeitskalen-Separation) zu **universellen Strukturen** der Dynamik führen kann, die Energie- und Entropiegesetz automatisch respektieren. Ein prominentes Beispiel ist der **GENERIC-Rahmen** (General Equation for the Non-Equilibrium Reversible-Irreversible Coupling), der aus Projektionsoperator-Methoden (Mori-Zwanzig-Typ) herleitbar ist und eine Zerlegung in reversible und irreversible Anteile liefert. ⁵

In einer typischen GENERIC-Form (schematisch) lautet die Evolution für grob-beschreibende Variablen $a(t)$:

$$\dot{a} = L(a) \frac{\partial E}{\partial a} + M(a) \frac{\partial S}{\partial a} + (\text{ggf. externe Forcierung}),$$

mit antisymmetrischem Operator L (Poisson-Struktur, reversible Dynamik) und einem Dissipations-/Reibungsoperator M , dessen symmetrischer Anteil positiv semidefinit ist. Dass damit der zweite Hauptsatz erzwungen wird, zeigt sich in expliziten Bilanzgleichungen: In einer ausführlichen statistisch-mechanischen Fundierung wird gezeigt, dass selbst unter externer Forcierung die Entropieproduktion aus der Positivität des (symmetrischen Anteils des) Reibungsmatrix-Blocks folgt. ⁶

Aus Sicht der Fragestellung ist daran entscheidend:

- **Dämpfung/Kopplungen als Träger von Π :** In GENERIC sitzt die Irreversibilität in M . Wenn M skalenabhängig renormalisiert (durch Eliminieren von Freiheitsgraden), wird auch die daraus resultierende Entropieproduktion skalenabhängig. Das ist eine **hierarchische** Sicht: nicht Π „renormalisiert“ primär Kopplungen, sondern die (coarse-grained) Kopplungs-Operatoren bestimmen Π . ⁷
- **Variationsprinzipien und Dissipationspotentiale:** Viele Gradient-flow-artige PDEs lassen sich als „Energie sinkt/Entropie steigt“ formulieren; in solchen Fällen ist Π strukturell fest verankert (oft quadratisch in thermodynamischen Kräften/Flüssen), und die Mobilitäts-/Dissipationsoperatoren sind die zentralen Objekte für RG und Skalierung. ⁸

Eine zweite große Klasse sind **Schwinger-Keldysh-/CTP-basierte Effektivaktionen** für dissipative Hydrodynamik und Fluktuationsdynamik. Dort wird die lokale Form des zweiten Hauptsatzes (nichtnegative Divergenz eines Entropiestroms) als Konsequenz von Symmetrien (z. B. lokale KMS-Bedingung) und (klassischer Remnant von) Unitarität implementiert. Das führt zu einem Feldtheorie-Formalismus, in dem „Dissipation + Rauschen + Entropieproduktion“ *aktionsbasiert* konsistent kompatibel sind. ⁹

Damit ist ein wesentlicher Teil von „Entropiefunktionalen in Lagrange/Hamilton-Form“ formal abgedeckt: Nicht als klassische Hamiltonfunktion allein, sondern als verdoppelte (CTP) Wirkung mit Symmetrie-Constraints, die $\Pi \geq 0$ sicherstellen. ¹⁰

Stochastische Feldtheorien nahe Kritikalität: explizite Gleichungen, in denen Π skalierend auftritt

Die stärksten formalen Verbindungen zwischen Entropieproduktion, Skalen und kritischer Dynamik liegen derzeit in **stochastischen Feldtheorien** (Langevin-Gleichungen, MSR/CTP-Aktionen) und deren RG-Behandlung, wo Π als abgeleitetes Observable oder als komposites Operator-Observable analysiert wird.

Ein prototypischer Fall ist eine nichtgleichgewichtige Erweiterung der ϕ^4 -Theorie (Ising-Klasse), in der die Dynamik durch eine Langevin-Gleichung

$$\dot{\phi} = -\mu + \eta$$

gegeben ist, mit einem „chemischen Potential“ $\mu = \mu_E + \mu_{NE}$. Der reversible Anteil μ_E stammt aus einer freien-Energie-Funktional $F[\phi]$, während μ_{NE} explizit **nicht-variational** ist und damit Zeitumkehrsymmetrie bricht. Ein minimaler nicht-variationaler Term ist proportional zu $(\nabla\phi)^2$. Eine konkrete Formulierung samt F und μ_{NE} wird in einer RG-Studie nahe einer Phasenseparations-Kritikalität angegeben. ¹¹

Für diese Klasse an Modellen lässt sich die stationäre totale Entropieproduktionsrate entweder aus der Pfad-Definition oder in einer praktischeren Form berechnen. Für die EPR-Dichte pro Volumen σ wird z. B. eine Darstellung angegeben als

$$\sigma = -\frac{1}{DV} \int d^d r \langle \mu_{NE} \dot{\phi} \rangle = \frac{1}{D} \langle \mu_{NE} (\mu - \eta) \rangle,$$

wobei D die Rauschstärke ist. ¹¹

Skalenexponenten: „natürliche Skalierung“ und EPR pro Raum-Zeit-Korrelationsvolumen

Entscheidend für kritische Phänomene ist nicht unbedingt, ob $\sigma \rightarrow 0$ am kritischen Punkt (das tut sie unter „natürlicher“ Skalierung), sondern ob die Entropieproduktion pro **Raum-Zeit-Korrelationsvolumen**

$$\psi \equiv \sigma \xi^{d+z}$$

verschwindet, konstant bleibt oder divergiert. Hier ist ξ die Korrelationslänge, z der dynamische Exponent, d die Raumdimension. Die RG-Arbeit definiert dazu explizit einen Exponenten θ_σ über

$$\psi \sim t^{-\theta_\sigma},$$

wobei t der reduzierte Kontrollparameter ist (z. B. Abstand zur Kritikalität). ¹¹

Das zentrale Ergebnis dort lautet:

- Am **Gaussian fixed point** ist $\theta_\sigma = 0$ (EPR skaliert „natürlich“, ψ bleibt endlich).

- Am nichttrivialen Ising-Fixpunkt in $d = 4 - \varepsilon$ ist θ_σ **generisch positiv** (in Ordnung ε), d. h. ψ kann im kritischen Grenzprozess groß werden, obwohl die nichtgleichgewichtigen („aktiven“) Kopplungen RG-irrelevant sind. ¹²

Das ist eine sehr direkte, formale Antwort auf den Kern Ihrer Suchrichtung „Entropieproduktion als skalenabhängige dynamische Größe“: Π wird hier nicht als heuristische Steuergröße eingeführt, sondern als (kritischer Anteil eines) Observable, dessen Skalierung via RG bestimmt werden kann – mit einem Exponenten, der zur universellen Charakterisierung der Klasse gehört, aber bei strikt reversiblen Mitgliedern amplitudenmäßig verschwindet (weil $\mu_{NE} \rightarrow 0$). ¹¹

Variante: Nichtgleichgewicht durch „persistentes“ Rauschen

Ein komplementärer Mechanismus ist Nichtgleichgewicht durch zeitkorreliertes („persistentes“) Rauschen. Für eine Modell-A-artige Feldtheorie mit Persistenzzeit τ wird eine explizite Form der Entropieproduktionsdichte $\sigma(x)$ hergeleitet, in der nichtlineare Terme der Landau-Ginzburg-Wechselwirkung direkt eingehen; zugleich wird hervorgehoben, dass ein rein gaußsches Modell $\sigma = 0$ liefert. Es wird außerdem diskutiert, wie σ unter Kadanoff-Transformationen skaliert und warum die richtige kritische Größe erneut $\psi = \xi^{d+z} \sigma$ ist. ¹³

Ein konkret angegebenes Resultat der (naiven) Skalierungsanalyse ist: σ folgt „natürlicher Skalierung“ $\sigma \rightarrow \sigma b^{-(d+z)}$ unter Block-Reskalierung und es wird ein Mean-Field-Verhalten $\theta_\sigma = 0$ als Referenz etabliert, während jenseits davon die Vorzeichen/Größe von θ_σ dimensionsabhängig diskutiert werden.

¹³

Das liefert ein explizites Beispiel dafür, wie Π (bzw. σ) als skalenrelevantes Objekt in einer (nichtgleichgewichtigen) Landau-Ginzburg-Dynamik erscheint, ohne dass Π selbst als „Rückkopplungs-Parameter“ in die Gleichung eingesetzt werden müsste.

Coarse-Graining-Gesetze und RG-Behandlungen: $\Pi(L)$, Block-Skalierung und Dissipation als „laufende Größe“

Für die von Ihnen geforderte Form von Skalengesetzen (etwa $\Pi(\lambda L) = \lambda^\alpha \Pi(L)$) gibt es mehrere, klar unterscheidbare Bedeutungen:

Größenskalierung bei fester Auflösung: Extensivität vs. kritische Korrekturen

In vielen stationären Situationen wird die totale EPR als $\Pi = \sigma V$ geschrieben, d. h. Π ist **extensiv** in $V = L^d$, solange σ (im großskaligen Limit) endlich ist. In kritischen Regimen ist jedoch gerade die Skalierung von σ mit ξ entscheidend (siehe $\sigma \sim \xi^{-(d+z)} \psi$). Wenn zusätzlich endliche Systemgröße L als cutoff für ξ wirkt, folgt per Finite-Size-Scaling heuristisch eine L-Abhängigkeit von $\sigma(L)$, die sich aus $\xi \sim L$ ableiten lässt – diese Aussage ist jedoch bereits eine **Inference** und muss modell-/universality-spezifisch geprüft werden. Der formal saubere Teil ist die RG-Definition von θ_σ und ψ . ²

Skalenwechsel der Beschreibung: Block-Coarse-Graining und „versteckte“ Entropieproduktion

Sobald Π als Funktion der **Beschreibungsskala** gemeint ist, treten robuste, teils überraschend universelle Aussagen auf.

Ein Beispiel ist die Entropieproduktion eines Markov-Sprungprozesses im stationären Zustand:

$$\dot{S}_i = \frac{1}{2} \sum_{n,m} J_{n,m} \ln \frac{\pi_n w_{n,m}}{\pi_m w_{m,n}},$$

mit stationären Flüssen $J_{n,m}$ und stationären Gewichten π_n . Eine Untersuchung zu aktiv-dissorderter Materie zeigt, dass iterative Block-Coarse-Graining-Schritte eine **algebraische Abnahme** der mesoskopischen Entropieproduktion (pro „Mesostate“) erzeugen können; die Exponenten lassen sich mit einem feldtheoretischen Formalismus verknüpfen (u. a. über das Klein- k -Verhalten der Spektraldichte des Wahrscheinlichkeitsstroms). Außerdem wird ein Kriterium vorgeschlagen, das anhand des Vorzeichens des Skalierungsexponenten „equilibrium-artig“ vs. „genuin nichtgleichgewichtig“ auf makroskopischer Ebene unterscheidet. ¹⁴

Komplementär dazu zeigt eine Arbeit zur „hidden entropy production“, dass die Differenz zwischen Entropieproduktion in der vollen und in der reduzierten Dynamik selbst Fluktuationsrelationen erfüllen kann, und erläutert explizit Bedingungen, unter denen Reduktion die beobachtete Entropieproduktion nicht nur senkt, sondern (in Ausnahmefällen) auch erhöhen kann. ¹⁵

Dissipation als skalenabhängige Größe in Reaktionsnetzwerken mit expliziten Exponenten

Ein besonders prägnantes Beispiel für ein explizites Skalengesetz ist die Skalierung der freien-Energie-Dissipation (gleichbedeutend mit stationärer Entropieproduktion) in **nichtgleichgewichtigen Reaktionsnetzwerken** unter Zustandsraum-Coarse-Graining. Dort wird (i) die Dissipation per Markov-Netz-EPR definiert und (ii) ein RG-inspiriertes Coarse-Graining eingeführt, das Wahrscheinlichkeiten und Flüsse konserviert (renormalisierte Raten). Das empirisch-theoretische Hauptergebnis ist ein Invers-Potenzgesetz in der Blockgröße b (Anzahl mikro-Zustände pro coarse-Zustand):

$$\Pi(b) \propto b^{-\lambda},$$

wobei λ durch Netzwerktopologie (Link-Skalierung) und Fluss-Korrelationen bestimmt wird; entsprechende Formeln werden explizit angegeben, inklusive eines Korrelationsmaßes der Flüsse. ¹⁶

Eine weiterführende „state-space RG“-Arbeit löst die RG-Gleichungen für Fluss-Korrelationsfunktionen auf hyperkubischen Gittern analytisch, findet eine Familie von Fixpunkten mit verschiedenen Potenzexponenten und gibt Stabilitäts-/Selektionsbedingungen für die RG-Ströme an. Damit wird die Skalierung von Dissipation nicht nur als numerisches Gesetz, sondern als Fixpunkt-Phänomen einer RG-Iteration im Zustandsraum verstanden. ¹⁷

Das ist fachlich wichtig für Ihre Punkte (2) und (6): Hier ist Dissipation/Entropieproduktion tatsächlich als **hierarchische, skalenlaufende Größe** formalisiert, und die Exponenten sind an Struktur- und Korrelationsdaten gebunden (also *nicht* universell über alle Domänen, aber innerhalb einer Netzklasse strukturell determiniert). ¹⁸

Dissipative Feldtheorie im Aktionsformalismus und RG mit Dissipation in offenen Quantenfeldern

Zwei moderne Entwicklungen sind für Ihre Punkte (3) und (4) besonders relevant, weil sie explizit „entropy functionals“ bzw. Entropieproduktion in feldtheoretische Konstruktionen integrieren.

Effektive Aktionen für dissipative Hydrodynamik mit lokalem zweiten Hauptsatz

Ein Schwinger-Keldysh-basierter Ansatz für dissipative Fluide liefert eine Pfadintegral-Formulierung der fluktuierenden Hydrodynamik, die nichtlineare Rausch-Interaktionen systematisch einschließt. In dieser Konstruktion spielt eine lokale KMS-Symmetrie (als Proxy für lokale Gleichgewichtsstruktur) eine zentrale Rolle und führt zu Hydrodynamik-Constraints inklusive (nichtlinearer) Onsager-Verallgemeinerungen und Entropiestrom-Strukturen. ¹⁹

Ein weiteres Werk entwickelt eine explizite Argumentation, wie aus Symmetrie-Strukturen und (klassischem Remnant von) Unitarität die **lokale** Version des zweiten Hauptsatzes ($\partial_\mu S^\mu \geq 0$ punktweise) in einem allgemeinen nichtgleichgewichtigen EFT-Setup folgt. ²⁰

Damit existiert eine sehr konkrete Antwort auf „Entropiefunktionale in Lagrange/Hamilton-Form“: Dissipation und Entropieproduktion erscheinen nicht als nachträgliche Add-ons, sondern als Konsequenz der zulässigen Symmetrien eines verdoppelten (CTP) Wirkungsfunktional. ²¹

RG in getrieben-dissipativen Quantenfeldsystemen

Für offene Quantenmaterie (Pumpe-/Verlust-Systeme) ist die Standardroute: Lindblad-Mastergleichung → Keldysh-Funktionalintegral → RG/FRG. Eine umfassende FRG-Analyse einer getrieben-dissipativen Bose-Kondensation zeigt u. a. emergente Thermalisation im niederfrequenten Verteilungssektor, aber zugleich neue universelle kritische Eigenschaften, die **nicht** auf Gleichgewichts-Universalität reduzierbar sind (zusätzlicher Exponent, Response-Sektor). ²²

Eine perturbative feldtheoretische RG-Studie desselben Übergangs (ϵ -Expansion um $d_c = 4$) betont ebenfalls die Existenz eines universellen Exponenten, der spezifisch mit dem Nichtgleichgewichts-Drive assoziiert ist. ²³

Für Ihre Leitfrage „RG-Behandlungen mit Dissipation“ ist das ein positives Ergebnis: Dissipations- und Rauschkoeffizienten sind RG-laufende Kopplungen, und die Universalität wird durch die Symmetrie- und Erhaltungsgesetze des offenen Systems bestimmt. Ob die **Entropieproduktion** selbst als universelles Steuer-Element fungiert, ist damit aber noch nicht gesagt; in diesen Ansätzen ist Π typischerweise ein abgeleitetes Observable aus der effektiven Dynamik und den Reservoirkopplungen. ²⁴

Domänenübergreif: offene EFT-Konstruktionen bis zur Gravitation

Für „Vakuumfluktuationen/QFT“ ist die robusteste Brücke nicht die Behauptung universeller Π -Exponenten, sondern die **gemeinsame Methodik**: offene Systeme, CTP-Formalismus, Dissipation+Noise als Konsequenz des Integrierens schneller/unsauber beobachtbarer Freiheitsgrade. Eine umfangreiche Arbeit entwickelt z. B. eine „open-system“-EFT-Struktur für Gravitation auf Basis des Schwinger-Keldysh-Formalismus und erhält für Gravitationswellen eine effektive Wellengleichung, in der ein expliziter dissipativer Term (Dämpfung) und ein Rauschterm auftreten. ²⁵

Das zeigt domänenübergreifend invariantes **Strukturmaterial** (CTP-Verdopplung, Dissipation, Rausch-Kernels), aber nicht automatisch eine universelle Skalierung der Entropieproduktion selbst. ²⁶

Formale Verbindungen zu Landau-Expansion, Bifurkation und sigmoidaler „Aktivierung“

Die klassische Landau-Ginzburg-Logik verbindet „kritische Steilheit“ mit der Struktur einer Potential-/Freien-Energie-Expansion. In relaxationalen Dynamiken (Model-A-artig) ist die deterministische Drift oft Gradient-Flow-artig:

$$\dot{\phi} = -\Gamma \frac{\delta F}{\delta \phi} + \text{Rauschen},$$

wobei die Nichtlinearitäten in F (z. B. ϕ^4) einen Pitchfork-Bifurkations-Normalformcharakter erzeugen. Das kann im Mean-Field eine sigmoidale Input-Output-Kurve für Ordnungsparameter erzeugen (z. B. magnetisationsartige „tanh“/logistische Formen), aber diese Sigmoidalität ist zunächst **Gleichgewichts-Struktur** und benötigt keine Entropieproduktion. ²

Nichtgleichgewicht kommt in den formal kontrollierten Feldtheorien typischerweise so hinein, dass die Drift einen nicht-variationalen Anteil erhält (z. B. $\mu_{NE} \propto (\nabla \phi)^2$), oder dass die Rauschstatistik nicht mehr gleichgewichtsartig ist (Persistenz, aktive Bäder). In beiden Fällen kann Π nahe Kritikalität eine eigene Skalierung besitzen, ohne die klassischen kritischen Exponenten (Ising-Klasse) zu ändern – also **keine** einfache „ Π renormalisiert die kritischen Exponenten“-Regel, sondern eher „ Π ist ein zusätzliches universelles Observable in einer Klasse“. ²

Ein anderer, mathematisch klarer Zugang zur Kopplung „Entropieproduktion $\leftrightarrow$ Schwellen/Multistabilität“ kommt aus stochastischen chemischen Schaltern. In einer analytisch lösbaren bistabilen Reaktionskinetik wird argumentiert und demonstriert, dass unter bestimmten Bedingungen die stationäre Zustandsselektion in einem multistabilen System mit der Ordnung der Entropieproduktionsraten korreliert (Max-EPR-gezogene Zustandsauswahl im Sinne eines „state selection“-Prinzips). Gleichzeitig wird betont, dass konkurrierende Extremalprinzipien (Min-EPR nahe Gleichgewicht vs. Max-EPR in anderen Regimen) existieren und die Schlussfolgerungen stark von den Randbedingungen/Constraints abhängen. ²⁷

Das ist ein (seltenes) Beispiel, wo Entropieproduktion nicht nur diagnostisch ist, sondern in einer formalen Argumentation zur Stabilitäts-/Zustandsgewichtung in Beziehung gesetzt wird. Es ist aber kein Beleg für universelle Gültigkeit über Feldtheorien hinweg.

Evidenz für und gegen „ Π -Skalierung als universeller struktureller Treiber“

Die gesichtete Literatur stützt eine **starke, aber begrenzt universelle** Aussage:

- Es gibt robuste mathematische Strukturen, in denen Entropieproduktion als skalenabhängige Größe präzise gefasst wird (Pfad-Definition, komposites Operator-Observable, coarse-graining-Skalierung, EFT-Constraints). ²⁸
- Die konkreten Skalierungsexponenten sind jedoch **nicht** domänenunabhängig universell; sie hängen an Symmetrien, Erhaltungssätzen, Netzwerktopologien, Rauschstatistiken und daran, was als „System vs. Umgebung“ modelliert wird. ²⁹

Positive Evidenz: formale Skalen-Gesetze und RG-Einbettung

- **EPR als RG-Observable nahe Kritikalität:** Die Einführung von $\psi = \sigma \xi^{d+z}$ und eines Exponenten θ_σ liefert ein präzises Schema, um „Effektiv-Reversibilität“ am kritischen Punkt zu testen. $\theta_\sigma = 0$ (Gaussian) und $\theta_\sigma > 0$ (interagierender Fixpunkt, Ordnung ε) zeigen, dass Irreversibilität *relevant bleiben kann*, selbst wenn die nichtgleichgewichtigen Kopplungen RG-irrelevant sind. ¹²
- **Skalierung unter Coarse-Graining:** In aktiven disordneten Medien sowie in Reaktionsnetzwerken existieren explizite algebraische Skalierungsgesetze, die Π als „hierarchisch laufende“ Größe mit Exponenten formulieren (Blockgröße b , Link-Exponenten, Flusskorrelationen, Fixpunkte). ³⁰
- **Aktionsbasierte Nichtgleichgewichts-EFT:** Schwinger-Keldysh-EFTs liefern einen strukturellen Platz für Entropieproduktion (lokaler zweiter Hauptsatz als Constraint aus Symmetrie/Unitarität), der in verschiedensten Felddomänen wiederkehrt (Hydrodynamik; offene Quantenmaterie; offene gravitative EFT). ³¹

Gegenargumente und Counterexamples: warum „universeller Treiber“ zu stark ist

Erstens: **Gleichgewichts-Kritikalität** ist der stärkste triviale Gegenbeleg. Reversible (detailed-balance) kritische Systeme haben im stationären Sinn $\sigma = 0$, können aber dennoch extreme kritische Steilheit und divergierende Suszeptibilitäten zeigen. Die erwähnte RG-Arbeit betont explizit, dass jedes Gleichgewichtssystem verschwindende EPR hat; die dort gefundenen Exponenten sind daher nur für strikt nichtnull-aktive Systeme aussagekräftig. ¹¹

Zweitens: **Definition-/Coarse-Graining-Abhängigkeit.** Dass Π unter Variablenelimination „versteckte“ Beiträge trägt und die beobachtete Entropieproduktion stark von der gewählten Reduktion abhängt, ist formal belegt; sogar die Richtung der Änderung kann in Sonderfällen wechseln. Das erschwert jede Behauptung einer universellen, beobachterunabhängigen Π -Skalierung. ³²

Drittens: **Ströme ohne Dissipation (bzw. Dissipation ohne „kritische Steilheit“) als Entkopplungsszenarien.** In kinetischen Netzwerken kann es durch starke Zeitskalen-Separation zu Situationen kommen, in denen im coarse-grained Bild ein endlicher Strom auftritt, während die totale Entropieproduktion im vollständigen System gegen null geht (oder umgekehrt ein coarse-grained EPR-Beitrag als „apparente“ Größe entsteht). Das unterminiert jede simple Monotonie-Kopplung „mehr Dissipation $\Rightarrow$ mehr makroskopische Nichtgleichgewichts-Struktur“. ³³

Viertens: **Makroskopisch hohe Entropieproduktion ohne Phasenübergang.** Turbulenz kann skalenweise Entropieproduktion über einen Kaskadenbereich zeigen; die Mess- und Theoriarbeiten, die eine skalenweise Verteilung der (normalisierten) turbulenten Entropieproduktionsrate diskutieren, illustrieren, dass „viel Dissipation“ nicht automatisch „kritischer Übergang“ bedeutet. ³⁴

MaxEP-Prinzip: zwischen Inferenz-Schema und physikalischem Gesetz

Für die spezifische Idee einer **universellen** „Maximierung der Entropieproduktion“ als treibendes Organisationsprinzip existiert eine breite, aber kontroverse Literatur. Ein umfangreicher Review sammelt Anwendungen und diskutiert thermodynamische/statistische Grundlagen, weist aber zugleich auf Spannungen und Skepsis bezüglich universeller Gültigkeit hin. ³⁵

Eine programmatische Arbeit argumentiert, dass MaxEP eher als **Inferenz-/Bayes-ähnliches** Schema interpretiert werden sollte (und diskutiert explizit Falsifizierbarkeit als Problemstellung), statt als Naturgesetz im engen Sinn. ³⁶

Gleichzeitig existieren Arbeiten, die Einschränkungen und typische Fehlinterpretationen konkreter MaxEP-Varianten herausarbeiten (z. B. Lokalität, Linearitätsannahmen, bekannte Funktionsabhängigkeit $\sigma(J)$, Randbedingungsabhängigkeit). Damit ist „Universalisierung“ von MaxEP formal angreifbar, weil die Gültigkeit stark an Voraussetzungen gebunden ist. ³⁷

Präzise Einordnung: formale Derivation vs. beschreibende Analogie

Formal deriviert und heute gut belegt sind insbesondere:

- Pfad-basierte Definitionen von Π und ihre Umsetzung in stochastischen Feldtheorien samt expliziter σ -Formeln. ²
- Π als komposites Observable mit eigenem kritischem Exponenten (θ_σ) und damit als skalenrelevante Größe nahe Fixpunkten, auch wenn die zugrundeliegenden Nichtgleichgewichts-Kopplungen RG-irrelevant sind. ¹²
- Skalen-/Coarse-Graining-Gesetze für Dissipation in (i) Markov-Prozessen (algebraische Abnahme, versteckte Beiträge) und (ii) Reaktionsnetzwerken (Potenzgesetze mit expliziten Exponenten, Fixpunkt-Strukturen). ³⁸
- Aktionsbasierte, symmetriegetriebene EFT-Formulierungen, in denen lokale Entropieproduktion als Konsistenzbedingung eingebaut ist. ⁹

Eher analogisch oder modellsetzend (nicht allgemein hergeleitet) sind dagegen Aussagen der Art:

- „Die Steilheit eines Übergangs ist *generell* eine monotone Funktion der Entropieproduktion“: Dafür liefern die formalen Arbeiten sowohl unterstützende Spezialfälle (z. B. EPR-Exponenten nahe kritischer Punkte; multistabile Chemie unter bestimmten Annahmen) als auch starke Gegenbeispiele (Gleichgewichts-Kritikalität; Coarse-Graining-Abhängigkeit; dissipation-ströme-Entkopplungen). ³⁹
- „ Π renormalisiert (als Parameter) die Kopplungskonstanten“: In der RG-Praxis ist der Standardfall umgekehrt: Dissipative Kopplungen (Rausch-/Dämpfungsstrukturen) renormalisieren und bestimmen dann Π als Observable. Explizite RG-Analysen der EPR zeigen eher, dass Π einen eigenen kritischen Exponenten haben kann, ohne die klassischen universellen Exponenten der zugrundeliegenden Klasse zu ändern. ⁴⁰

In Summe liefert die vorhandene Mathematik eine klare, neutrale Antwort: **Es gibt mehrere etablierte Frameworks, in denen Entropieproduktion als skalenabhängige dynamische Größe in Feldsystemen formalisiert wird (inkl. RG-Behandlung und Exponenten).** Was die Literatur jedoch nicht stützt, ist eine einfache, domänenübergreifend universelle „ Π als alleiniger struktureller Treiber“-These; dafür sind Definition, Beobachtungsebene, Symmetrieklasse und Umweltmodellierung zu entscheidend. ⁴¹

¹ ² ⁴ ¹¹ ¹² ²⁸ ³⁹ ⁴⁰ ⁴¹ arxiv.org

<https://arxiv.org/pdf/2002.02281>

³ ¹⁵ ³² <https://arxiv.org/pdf/1209.6333>

<https://arxiv.org/pdf/1209.6333>

⁵ ⁶ ⁷ ⁸ oai.e-spacio.uned.es

<https://oai.e-spacio.uned.es/server/api/core/bitstreams/f8316993-397f-4c86-816d-c8309c312437/content>

- 9 10 19 21 31 <https://arxiv.org/pdf/1511.03646>
<https://arxiv.org/pdf/1511.03646>
- 13 <https://arxiv.org/pdf/2109.01590>
<https://arxiv.org/pdf/2109.01590>
- 14 30 38 <https://access.archive-ouverte.unige.ch/access/metadata/5ef232d4-f23c-43bc-be72-7547be9b16a0/download>
<https://access.archive-ouverte.unige.ch/access/metadata/5ef232d4-f23c-43bc-be72-7547be9b16a0/download>
- 16 18 <https://ar5iv.org/pdf/2007.07419>
<https://ar5iv.org/pdf/2007.07419>
- 17 29 <https://arxiv.org/pdf/2201.05746>
<https://arxiv.org/pdf/2201.05746>
- 20 <https://arxiv.org/pdf/1612.07705>
<https://arxiv.org/pdf/1612.07705>
- 22 24 <https://arxiv.org/pdf/1309.7027>
<https://arxiv.org/pdf/1309.7027>
- 23 <https://arxiv.org/pdf/1312.5182>
<https://arxiv.org/pdf/1312.5182>
- 25 26 An Open System Approach to Gravity
<https://arxiv.org/pdf/2507.03103>
- 27 <https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC5663838/>
<https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC5663838/>
- 33 <https://arxiv.org/pdf/1310.2987>
<https://arxiv.org/pdf/1310.2987>
- 34 <https://royalsocietypublishing.org/rspa/article/476/2243/20200468/81019/Fluctuation-theorem-and-extended-thermodynamics-of>
<https://royalsocietypublishing.org/rspa/article/476/2243/20200468/81019/Fluctuation-theorem-and-extended-thermodynamics-of>
- 35 <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0370157305004813>
<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0370157305004813>
- 36 <https://www.mdpi.com/1099-4300/12/3/613>
<https://www.mdpi.com/1099-4300/12/3/613>
- 37 <https://arxiv.org/pdf/1311.2068>
<https://arxiv.org/pdf/1311.2068>